

Требования к уровню подготовки кандидатов на обучение по дополнительной  
общеразвивающей образовательной программе  
олимпиадной подготовки  
«Математика. Повышенный уровень сложности»

Кандидат должен:

Знать, уметь

**Числа и вычисления.**

Делимость. Простые и составные числа. Разложение числа на простые множители.  
Четность. Деление с остатком. Признаки делимости на  $2^k$ , 3,  $5^k$ , 6, 9, 11. Свойства  
факториала. Свойства простых делителей числа и его степеней. Взаимно простые числа  
Целые числа. Рациональные числа. Иррациональные числа. Число  $\pi$ .

**Выражения и их преобразования.**

Многочлены. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочленов  
на множители. Теорема Безу.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Корень  $n$ -й степени и его свойства. Свойства степени с рациональным показателем.

**Тригонометрия.**

Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения.

Преобразования тригонометрических выражений. Свойства тригонометрических  
функций: ограниченность, периодичность.

**Уравнения и неравенства.**

Уравнения с одной переменной. Квадратные уравнения. Теорема Виета.

Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения,  
их системы. Тригонометрические уравнения.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств методом интервалов.  
Показательные и логарифмические неравенства.

Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Простейшие  
уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Неравенства второй степени с одной переменной. Неравенства о средних.

Системы уравнений.

Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений, неравенств, систем уравнений.

## **Функции.**

Числовые функции и их свойства: периодичность, четность и нечетность, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения, промежутки знакопостоянства, ограниченность. Понятие об обратной функции. Свойство графиков взаимно обратных функций.

Тригонометрические функции числового аргумента: синус, косинус, тангенс, котангенс. Свойства и графики тригонометрических функций.

Показательная функция, ее свойства и график. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Степенная функция, ее свойства и график.

Производная, ее геометрический и механический смысл.

Применение производной к исследованию функций, нахождению их наибольших и наименьших значений и построению графиков. Построение и преобразование графиков функций.

Касательная и ее свойства.

## **Планиметрия и стереометрия.**

### *Планиметрия.*

Признаки равенства треугольников. Признаки подобия треугольников. Неравенство треугольника. Площадь треугольника.

Многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность. Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Угол между касательной и хордой. Пропорциональные отрезки в окружности.

Вектор. Свойства векторов.

### *Стереометрия.*

Взаимное расположение прямых в пространстве.

Свойства параллельности и перпендикулярности прямых.

Взаимное расположение прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Свойства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Взаимное расположение двух плоскостей. Свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный и многогранный углы. Линейный угол двугранного угла.

Параллелепипед. Пирамида. Призма.

Декартовы координаты в пространстве. Расстояние между точками.

Вектор в пространстве.

**Специальные олимпиадные темы.**

«Оценка + пример».

Построение примеров и контрпримеров.

Принцип Дирихле.

Раскраски.

Игры.

Метод математической индукции.

Геометрические свойства графиков функций.

Элементы комбинаторики.

Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах).